Санкт-Петербургский Политехнический Университет
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики, ФизМех
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Курсовая работа "Зависимость количества вызовов подынтегральной функции от заданной точности, численное интегрирование" дисциплина "Численные методы"

Выполнил студент гр. 5030102/20003 Ляпустин Е.О.
Преподаватель Козлов К.Н.

Июнь, 2024

Формулировка задачи и ее формализация

Формализация задачи:

Найти зависимость количества вызовов подынтегральной функции от заданной точности для методов Чебышева (3 слагаемых) и левых прямоугольников.

Поставленные задачи:

1. Зависимость количества вызовов подынтегральной функции от заданной точности, счетчик должен быть встроен в код функции, один график для двух методов

Алгоритм метода

Метод Чебышева

1. Решив нелинейную систему определяющих уравнений, получить таблицу значений узлов (для интеграла от -1 до 1).

2. Получить значение интеграла на отрезке заданном отрезке

3. Повторять действия рекурсивно разбивая на 2 те отрезки разбиений исходного отрезка, для которых разница между формулами n и n+1 больше заданной погрешности.

Метод левых прямоугольников

1. Отрезок интегрирования $[a; b]$ разбивается на N отрезков. Для каждого отрезка вычисляется площадь образуемого им и функцией (слева) прямоугольника.

$$S = H \sum_{i=1}^{N} f(a + iH)$$

   S - приближенное значение интеграла, H - длина отрезка разбиения.

2. По правилу Рунге, число N удваивается, пока

$$|S_{2N} - S_N| > \epsilon$$

   где ϵ - заданная допустимая ошибка результата численного интегрирования.

Предварительный анализ задачи

Вариант подразумевает вычисление определенного интеграла функции

$$x^5 - 2.9x^3 + 6.5x^2 - 7x \tag{1}$$

Пределы интегрирования выбраны следующие: $[0; 1.35]$.

Модульная структура программы и контрольные тесты

Модульная структура программы

```
double f(double x,int* c);
```

- функция по варианту, (1), c - счетчик использований функции

```
double integrate_left_rects(double(*f)(double),
    double prev_S, long int N, double a, double b, int* f_counter);
```

- функция, реализующая метод левых прямоугольников. f - функция (1), N - число отрезков разбиения $[a; b]$

```
void runge_left_rects(double eps, double(*f)(double),
    double a, double b,int* f_counter)
```

- функция, реализующая достижение заданой точности eps методом левых прямоугольников

```
double chebyshev_method(double(*f)(double),
                        double a1, double b1, int n, double** tab);
```

- функция, реализующая метод Чебышева; a1, b1 - границы отрезка интегрирования, n - число слагаемых в квадратурной формуле, tab - заранее подсчитаные значения точек, решение системы определяющих уравнений

```
double cheb_approx(double(*f)(double), double a, double b, int n,
    double eps,int* f_counter)
```

- функция, возвращающая значение интеграла заданой точности ϵ, a и b - границы отрезка интегрирования

```
double adaptive_div(double(*f)(double), double** xx_tab, double a,
    double b, int n, double eps, double S_n,
        double S_n_plus_1, int* N, int* f_counter)
```

- функция, реализующая адаптивное разбиение отрезка. Аргументами принимает аргументы функции метода, а также значения формулы n слагаемых (S_n) и n+1 (S_n_plus_1)

```
double* counters(double(*f)(double), double a, double b, double eps)
```

- функция, возвращающая массив из 2 элементов - счетчик для метода Чебышева и для метода левых прямоугольников.

Численный анализ решения

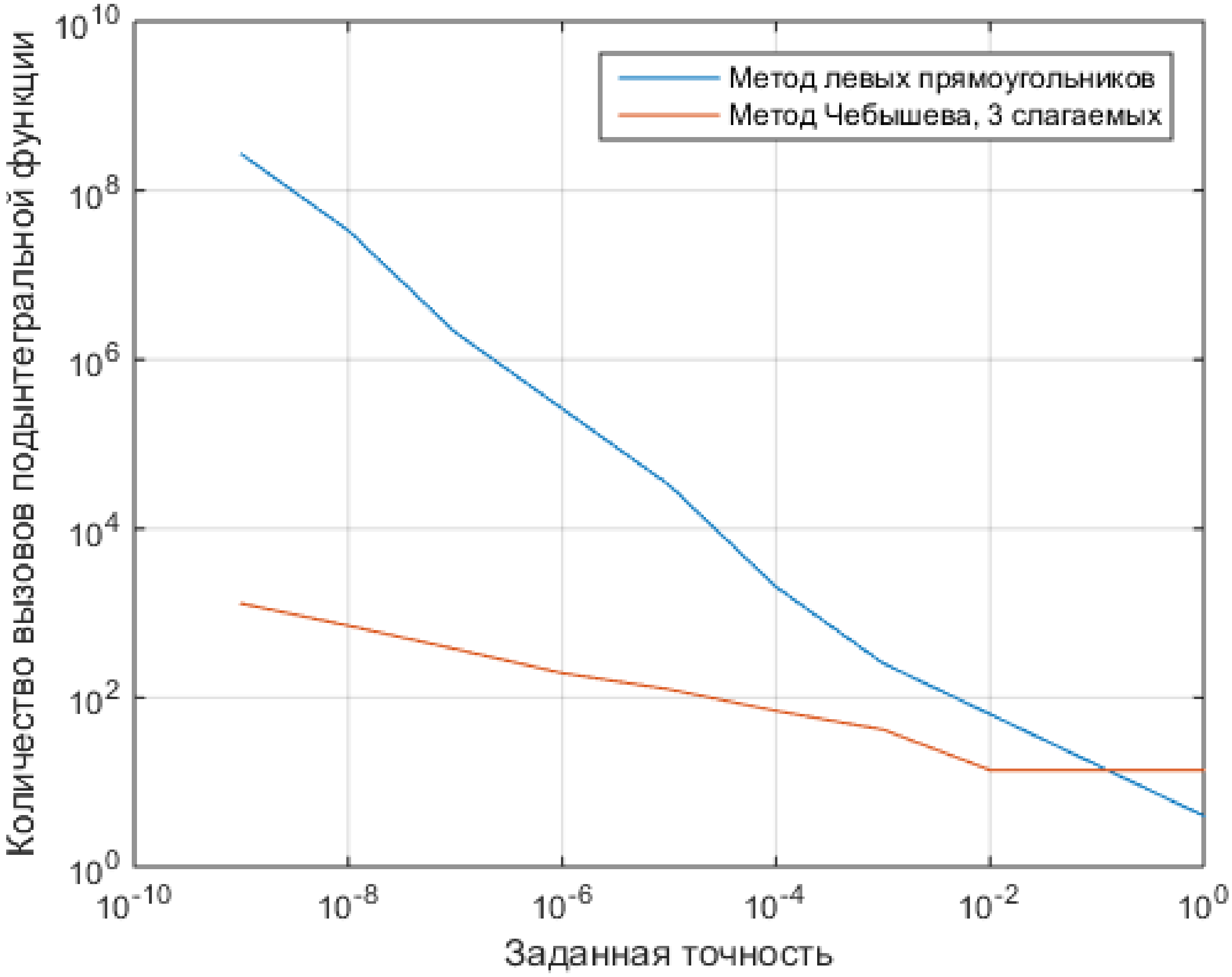

Рис. 1: Графики зависимости количества вызовов подынтегральной функции от заданной точности

Выводы

1. Видно, что чем больше заданная точность, тем в большее число раз отличаются количества вызовов подынтегральной функции двух методов.